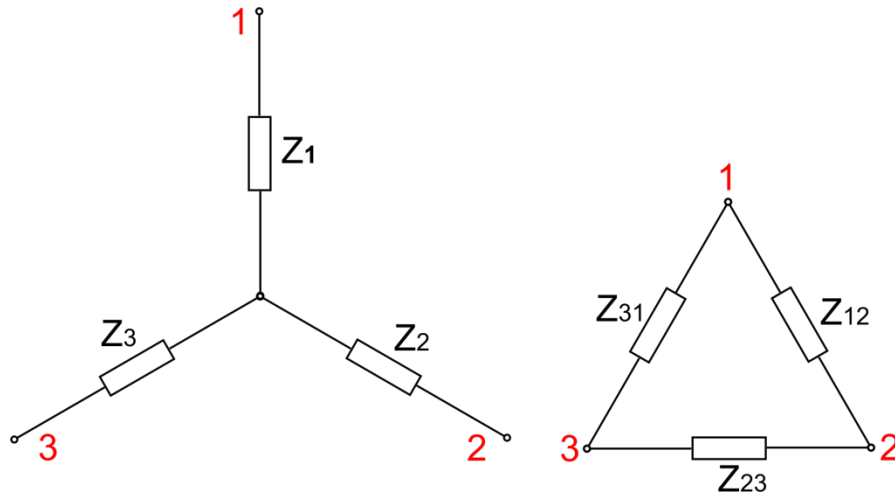


## Zamiana układów „gwiazda – trójkąt – gwiazda”



Ze schematów wynikają trzy zależności:

(1)

(2)

(3)

$$Z_1 + Z_2 = \frac{Z_{12}(Z_{31} + Z_{23})}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \quad Z_1 + Z_3 = \frac{Z_{31}(Z_{12} + Z_{23})}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \quad Z_2 + Z_3 = \frac{Z_{23}(Z_{31} + Z_{12})}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

- Jeżeli mamy przekształcić **trójkąt w gwiazdę**, to mamy **dane** wartości impedancji  $Z_{12}$ ,  $Z_{23}$  i  $Z_{31}$  natomiast jako **niewiadome** –  $Z_1$ ,  $Z_2$  i  $Z_3$ . Rozwiązujemy trzy równania z trzema niewiadomymi. Dla przykładu wyznaczmy wartość  $Z_1$ :  
z (1) i (2) wyznaczamy  $Z_2$  i porównujemy oba wyniki:

$$\frac{Z_{12}(Z_{31} + Z_{23})}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} - Z_1 = \frac{Z_{23}(Z_{31} + Z_{12})}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} - Z_3 \quad (\text{niewiadome to } Z_1 \text{ i } Z_3)$$

Niewiadomą  $Z_3$  wyznaczmy z (2) i podstawimy do tego wzoru. Otrzymamy:

$$\frac{Z_{12}(Z_{31} + Z_{23})}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} - Z_1 = \frac{Z_{23}(Z_{31} + Z_{12})}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} - \frac{Z_{31}(Z_{12} + Z_{23})}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} + Z_1 \quad (\text{jedna niewiadoma } Z_1)$$

Wyznaczając z powyższego równania  $Z_1$  otrzymamy wynik :

$$Z_1 = \frac{Z_{12}Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \quad \text{i podobnie:} \quad Z_2 = \frac{Z_{23}Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \quad \text{oraz} \quad Z_3 = \frac{Z_{31}Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \quad *$$

Jeżeli mamy przekształcić **gwiazdę w trójkąt**, to mamy **dane** wartości impedancji  $Z_1$ ,  $Z_2$  i  $Z_3$  natomiast jako **niewiadome** –  $Z_{12}$ ,  $Z_{23}$  i  $Z_{31}$ . Najprościej jest skorzystać z wyników \*. Rozwiązujemy trzy równania z trzema niewiadomymi. Przekształcamy wyrażenia \*:

$$(a) \quad Z_{12} + Z_{23} + Z_{31} = \frac{Z_{12}Z_{31}}{Z_1} \quad (b) \quad Z_{12} + Z_{23} + Z_{31} = \frac{Z_{12}Z_{23}}{Z_2} \quad (c) \quad Z_{12} + Z_{23} + Z_{31} = \frac{Z_{23}Z_{31}}{Z_3}$$

Przykładowo wyznaczmy  $Z_{12}$ . Z (b) wyznaczamy  $Z_{31}$  (bo występuje tylko w jednym miejscu):

$$Z_{31} = \frac{Z_{12}Z_{23}}{Z_2} - Z_{12} - Z_{23}$$

podstawiamy tę wartość do (a) i (c) – otrzymujemy dwa równania z dwiema niewiadomymi –  $Z_{12}$  i  $Z_{23}$ .

$$(a) \quad Z_{12} + Z_{23} + \frac{Z_{12}Z_{23}}{Z_2} - Z_{12} - Z_{23} = \frac{Z_{12}(\frac{Z_{12}Z_{23}}{Z_2} - Z_{12} - Z_{23})}{Z_1}$$

$$(c) \quad Z_{12} + Z_{23} + \frac{Z_{12}Z_{23}}{Z_2} - Z_{12} - Z_{23} = \frac{Z_{23}(\frac{Z_{12}Z_{23}}{Z_2} - Z_{12} - Z_{23})}{Z_3}$$

po uporządkowaniu wyrazów otrzymujemy:

$$(a) \quad \frac{Z_{23}}{Z_2} = \frac{Z_{23}Z_{12}}{Z_1Z_2} - \frac{Z_{12}}{Z_1} - \frac{Z_{23}}{Z_1}$$

$$(c) \quad \frac{Z_{12}}{Z_2} = \frac{Z_{23}Z_{12}}{Z_2Z_3} - \frac{Z_{12}}{Z_3} - \frac{Z_{23}}{Z_3}$$

teraz z (c) wyznaczamy  $Z_{23}$  i po prostych przekształceniach otrzymujemy:

$$Z_{23} = Z_{12} \frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2}$$

to wyrażenie podstawiamy do wzoru (a) i otrzymujemy jedno równanie z jedną niewiadomą –  $Z_{12}$

$$\frac{Z_{12} \frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2}}{Z_2} = \frac{Z_{12} \frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2} Z_{12}}{Z_1Z_2} - \frac{Z_{12}}{Z_1} - \frac{Z_{12} \frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2}}{Z_1} \quad \text{a po uproszczeniu:}$$

$$\frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1Z_2} Z_{12} - \frac{1}{Z_1} - \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1} \quad \text{- wspólny mianownik:}$$

$$\frac{Z_1(\frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2})}{Z_1Z_2} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2} Z_{12} - \frac{Z_2}{Z_1Z_2} - \frac{Z_2(\frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2})}{Z_1Z_2} \quad \text{- czyli}$$

$$Z_1 \frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2} Z_{12} - Z_2 - Z_2 \frac{Z_2 + Z_3}{Z_{12} - Z_2} \quad \text{- teraz kolejne uproszczenie:}$$

$$Z_1(Z_2 + Z_3) = Z_{12}(Z_2 + Z_3) - Z_2(Z_{12} - Z_2) - Z_2(Z_2 + Z_3) \quad \text{- pozbywamy się nawiasów.}$$

$$Z_1Z_2 + Z_1Z_3 = Z_{12}Z_2 + Z_{12}Z_3 - Z_{12}Z_2 + Z_2^2 - Z_2^2 - Z_2Z_3 \quad \text{- redukujemy wyrazy podobne}$$

$$Z_1Z_2 + Z_1Z_3 = Z_{12}Z_3 - Z_2Z_3 \quad \text{stąd:}$$

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1Z_2}{Z_3}$$

W identyczny sposób można wyznaczyć wartości  $Z_{23}$  i  $Z_{31}$ :

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2Z_3}{Z_1} \quad Z_{31} = Z_3 + Z_1 + \frac{Z_3Z_1}{Z_2}$$